SISTEMAS AXIOMÁTICOS DA LÓGICA DA DIFERENÇA([1])

Luiz Sergio Coelho de Sampaio
(da Academia Brasileira de Filosofia)

Sem a identidade – céus! – que seria da diferença?
E se fosse lá o inverso? Como ficaria, destarte,
nossa velha crença no jogo da Trindade eterna?
E tudo mais, da vida multifária à morte, fluindo
Daquela promiscuidade lógica originária?

As axiomatizações da lógica da diferença, como seria mesmo de bom tom para uma lógica do pensamento inconsciente, aconteceram *après coup*, diríamos com bastante propriedade. Não estava ainda perfeitamente identificada a lógica da diferença e, no entanto, já tinham sido desenvolvidos sistemas axiomáticos não clássicos que, saberíamos *a posteriori*, lhe iriam caber com exatidão.

Seguindo o precedente aberto com a construção das geometrias não-euclidianas, começam a aparecer nos anos 20 os primeiros trabalhos sobre lógicas não-clássicas. A princípio, se afiguram exercícios de exploração de uma liberdade recém conquistada, cujos melhores exemplos são os trabalhos sobre lógicas plurivalentes de Lukasiewicz e Post, pouco mais tarde axiomatizados por Wajsberg. Já nos anos 30 aparecem sistemas com propósitos já bem definidos – foram os casos, por exemplo, do sistema de Heyting, pretendendo axiomatizar a lógica intuicionista de Brower, uma lógica mais fraca do que a clássica, porque não sujeita ao princípio do terceiro excluído e, também, da lógica probabilística de Reichenbach, especificamente voltada para o trato dos problemas formais da mecânica quântica.

Proliferaram assim os sistemas "lógicos" não clássicos: a grande maioria, contudo, não passava de exercícios matemáticos, embora, algumas construções se mostrassem de caráter realmente lógico([2]). Entre estas, estavam simples extensões dos sistemas clássicos (em geral, sistemas modais variados), mas se podia também aí encontrar umas poucas realizações verdadeiramente desviantes ([3]) em relação ao paradigma clássico. Nestas circunstâncias, não deveria causar grande espanto que, depois de identificada e caracterizada a lógica da diferença, viéssemos a encontrar nesta pequena classe de sistemas axiomáticos de autêntica desviança algum que bem lhe coubesse.

Este assunto, na verdade, mereceria uma ampla pesquisa bibliográfica que infelizmente não estamos em condições de ora realizar. Entretanto, acreditamos que o essencial da problemática de formalização da lógica da diferença possa ser captado e solidamente ilustrado com apenas dois casos. Referimo-nos, primeiro, às já mencionadas tentativas de axiomatização da lógica intuicionista, e depois, aos sistemas paraconsistente e paracompleto desenvolvidos pelo lógico brasileiro Newton da Costa, só ou em colaboração. Esta nossa escolha nada tem de arbitrária: de um lado, focalizaremos as axiomatizações da lógica intuicionista de Brower, realizada por Heyting e depois modificada por Johansson, que guardam o grande mérito de serem as que mais se aproximam de uma formalização intencional da lógica da diferença (se bem que apenas em sua variante paracompleta), mas que, a nosso juízo, falham em sua realização; por outro lado, concentraremos nossa atenção sobre os sistemas de Newton da Costa, que consideramos relativamente ingênuos quanto às intenções, mas que, em compensação, possuem o inegável mérito do êxito, ainda que de um êxito não anunciado.

1. O intuicionismo e seus percalços

O formalismo de Hilbert e o intuicionismo de Brouwer foram as duas grandes propostas para enfrentar a ameaça que os paradoxos vinham trazer ao que chegara, depois da teoria dos conjuntos de Cantor, a se configurar como o autêntico paraíso para o exercício das matemáticas.

Os formalistas resistiram à qualquer tentativa de desconstrução parcial do mundo matemático conquistado, e erigiram o seu programa profilático tendo como pilares a radicalização da intensividade axiomática paralela à adoção, com exclusivismo, de processos finitistas de prova. Alimentavam a esperança de assim escapar aos paradoxos e, simultaneamente, garantir a consistência e completude dos sistemas matemáticos acumulados pela tradição.

Os intuicionistas, por seu turno, acharam que o mal era mais profundo, que os paradoxos tinham suas raízes numa **exorbitância lógica** – a admissão de infinitos atuais e o vezo das demonstrações por absurdo em âmbito infinito, lastreadas no princípio do terço excluído. Os problemas de então só se resolveriam, destarte, na medida em que nos ativéssemos aos rigores do construtivismo explícito, recusando-nos às facilidades das provas por absurdo. Grande parte da matemática clássica teria que ser desta sorte posta à parte e, se possível, reconstruída dentro de novos e mais estreitos padrões de exigência (a construção efetiva).

Brouwer considerava a lógica uma questão menor, algo que só *a posteriori* deveria ser sacado das próprias práticas demonstrativas/construtivas, uma posição de certo modo esdrúxula na medida em que ele mesmo considerava que a raiz do problema de saúde das matemáticas se localizava no uso descontrolado de um

princípio de natureza fundamentalmente lógica. Malgrado esta posição doutrinária, seu colaborador Heyting ([4]), no início da década de 30, acaba construindo um sistema lógico axiomático que, acreditava, captava no essencial o que seria o modo efetivo do pensar intuicionista. Não era a primeira vez que se afrontava o cânone lógico-clássico, mas a primeira em que se o fazia por uma real necessidade. O sistema comportava os seguintes onze axiomas:

I. $p \rightarrow (p \wedge p)$
II. $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
III. $(p \wedge q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r))$
IV. $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$
V. $q \rightarrow (p \rightarrow q)$
VI. $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
VII. $p \rightarrow (p \vee q)$
VIII. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
IX. $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
X. $\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$
XI. $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q)) \rightarrow \sim p$

Embora este sistema admita representações por matrizes com um ilimitado número de valores, vamos nos ater às representações trivalentes, pois, a nosso ver, apenas estas propiciam ao sistema uma interpretação verdadeiramente lógica ([5]). Neste caso, as tabelas de verdade referentes à negação e aos conectivos explícitos neste sistema seriam:

p	$\sim p$
1	-1
0	-1
-1	1

$\wedge$	1	0	-1
1	0	0	-1
0	0	0	-1
-1	-1	-1	-1

$\vee$	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	0	0
-1	1	0	-1

$\rightarrow$	1	0	-1
1	1	0	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

Considerada apenas a negação, este sistema pareceria de fato paracompleto dado o fato de ter como falsa a negação do estado 0. Sendo ~0= -1, o estado zero fica bem caracterizado como **sub-determinado**, nem verdadeiro, nem falso ([6]).

Quanto às tabelas de verdade para os conectivos **conjunção** ($\wedge$), **disjunção** ($\vee$) e **implicacão** ($\rightarrow$), constatamos, primeiro, que não são tabelas propriamente paracompletas e, segundo, que qualquer que seja a regra de composição que escolhamos, não satisfazem ao critério de se constituírem geradoras de um grupo isomórfico ao grupo de Klein^2 (quadrado do grupo de Klein), a nosso ver, o único critério capaz de permitir associá-los de modo unívoco aos homônimos conectivos clássicos ([7]). Apenas estas duas observações já teriam sido suficientes para que fosse possível prever sérias dificuldades com respeito à adequação do sistema ao propósito almejado.

De fato, Gödel, em dois curtos artigos já no ano de 1932 ([8]), introduziu no sistema de Heyting, por definição, dois novos conectivos, $\rightarrow^*$ e $\vee^*$, com justificada pretensão de similitude, respectivamente, com a **implicação** e **disjunção** clássicas. Eram eles:

$$p \rightarrow^* q =_d \sim(p \wedge \sim q) \qquad \text{e} \qquad p \vee^* q =_d \sim(\sim p \wedge \sim q)$$

A estes conectivos correspondiam as seguintes tabelas de verdade trivalentes:

$\rightarrow^*$	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

$\vee^*$	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	1	1
-1	1	1	-1

Ainda nos referidos artigos, Gödel demostrava que para estes novos conectivos lógicos eram válidas as fórmulas $\sim\sim p \rightarrow^* p$ e $p \rightarrow^* \sim\sim p$, vale dizer, a **equivalência** de uma proposição à sua dupla negação ($p \leftrightarrow^* \sim\sim p$). Mais ainda: demonstrava a validade da fórmula $p \vee^* \sim p$, nada mais, nada menos do que o que se tinha pelo **princípio do terceiro excluído**, exato aquilo contra o que tão incisivamente se insurgiam os intuicionistas.

Mas não era só: consideradas estas novas implicação e disjunção, todos os teoremas da lógica clássica, demonstrava-se, eram também teoremas do sistema intuicionista de Heyting, quando o que se poderia razoavelmente esperar de uma lógica que se pretendia como sendo a mais fraca, era exatamente o contrário.

Sabemos da existência do chamado sistema intuicionista de Johansson ([9]), que se diferencia do de Heyting pela supressão do axioma número X. Este fato, entretanto, não é insuficiente para livrá-lo das mesmas e severas críticas que recaiam sobre o sistema pioneiro de Heyting.

Os intuicionistas nada puderam objetar a tudo isto e apenas continuaram afirmando que a implicação por eles visada ou intencionada era a de Heyting e não a sugerida por Gödel (!); os que lhes eram contrários redargüíam que os intuicionistas sabiam, como todo mundo, da verdade do princípio em questão, mas apenas se abstinham de usá-lo.

Não temos notícia de que esta constrangedora situação tenha sido algum dia terminantemente esclarecida. Sobre ela teremos algo a dizer mais adiante.

2. Os sistemas paraconsistente e paracompleto de Newton da Costa

Newton da Costa é bem conhecido de todos por seus trabalhos no campo da lógica, em especial, das lógicas paraconsistentes; curiosamente, pouco se comenta sobre suas incursões no campo das lógicas intuicionista ou paracompletas. Nossa primeira tarefa aqui é de mostrar que, em que pese a grande desproporção do volume de sua produção em cada uma destas áreas, em valor, elas bem que se eqüivalem.

É importante que assim seja, pois esta reavaliação relacional é precisamente o que nos dá condições para enfrentar uma segunda questão muito mais importante, deixada para o próximo item, qual seja, a da justa avaliação da contribuição de Newton da Costa, não para a lógica – uma especialidade acadêmica, hoje, a nosso ver, bem mais próxima da matemática do que de si mesma –, mas, para a filosofia tomada em seu sentido mais amplo e tradicional.

Newton da Costa começa o seu labor na área das lógicas paraconsistentes a partir de 1954 dando continuidade aos trabalhos pioneiros de poloneses e russos ([10]). Comecemos recordando seu sistema axiomático paraconsistente, atendo-nos apenas ao seu nível proposicional ([11]). Ele é composto de 15 axiomas e uma definição:

I. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
II. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$
III. $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
IV. $(p \wedge q) \rightarrow p$
V. $(p \wedge q) \rightarrow q$
VI. $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$
VII. $p \rightarrow (p \vee q)$

VIII. $q \rightarrow (p \vee q)$
IX. $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$
X. $q^* \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim p))$
XI. $\sim(\sim p) \rightarrow p$
XII. $p \vee \sim p$
XIII. $(p^* \wedge q^*) \rightarrow (p \rightarrow q)^*$
XIV. $(p^* \wedge q^*) \rightarrow (p \wedge q)^*$
XV. $(p^* \wedge q^*) \rightarrow (p \vee q)^*$
$p^* =_d \sim (p \wedge \sim p)$

As tabelas de verdade trivalentes para a negação e para os conectivos explícitos – conjunção($\wedge$), disjunção ($\vee$) e implicação ($\rightarrow$) – seriam:

p	~p
1	-1
0	1
-1	1

$\wedge$	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	-1	-1	-1

$\vee$	1	0	-1
1	1	1	1
0	1	1	1
-1	1	1	-1

$\rightarrow$	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

Este sistema possui não só a negação (~0 = 1) como também a implicação deveras paraconsistente ([12]) e, sobretudo, suas matrizes tridimensionais para os conectivos explícitos – conjunção ($\wedge$), disjunção($\vee$) e implicação ($\rightarrow$) – constituem a base de um (grupo de Klein)[2] perfeitamente isomórfico ao grupo dos conectivos clássicos, o que, a nosso juízo, é a precisa exigência para a reivindicação de similitude entre conectivos homônimos paraconsistentes e clássicos. Podemos verificar ainda que os conectivos que Gödel introduziu, por definição, no sistema de Heyting possuem as mesmas matrizes do sistema paraconsistente de Newton da Costa. Ora fica óbvia, por aí, a razão profunda pela qual Gödel pudera colocar tão facilmente em cheque o sistema Heyting – este possuía, é verdade, uma negação

paracompleta, porém, ao mesmo tempo, sua implicação, conjunção e disjunção eram paraconsistentes. Por isso, não constituía um autêntico sistema paracompleto; era em essência - como ficou indiretamente evidenciado pelas críticas de Gödel -, apenas um sistema trivalente abstrato, mera extensão redundante da lógica clássica, frustrando assim a intenção declarada de seu criador.

Por outro lado, o sistema paraconsistente de Newton da Costa possuía, de modo coerente, negação e conectivos todos paraconsistentes. E na medida em que seus conectivos explícitos formavam a base de um grupo isomórfico ao grupo dos conectivos clássicos, ele passava no severo teste que havíamos proposto, para que qualquer sistema axiomático viesse representar uma das variantes da lógica da diferença ([13]), fosse ela paraconsistente ou paracompleta.

Em 1986, Newton da Costa ([14]) faz, afinal, sua incursão no campo da paracompletude. Num artigo, em co-autoria com o lógico italiano Marconi, propõe um novo sistema axiomático para a lógica paracompleta ou intuicionista, apresentando uma grande semelhança estrutural com o seu já bem conhecido sistema paraconsistente. O sistema era composto também por uma definição e 15 axiomas, a saber:

I. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
II. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$
III. $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
IV. $(p \wedge q) \rightarrow p$
V. $(p \wedge q) \rightarrow q$
VI. $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$
VII. $p \rightarrow (p \vee q)$
VIII. $q \rightarrow (p \vee q)$
IX. $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r))$
X. $p^* \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim p))$

XI. $p \rightarrow \sim(\sim p)$
XII $\sim(p \wedge \sim p)$
XIII. $(p^* \wedge q^*) \rightarrow (p \rightarrow q)^* \wedge (p \wedge q)^* \wedge (p \vee q)^* \wedge (\sim p)^*$
XIV. $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$
XV. $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
$p^* =_d (p \vee \sim p)$

Comparando este sistema paracompleto com o anterior sistema paraconsistente, fica bem evidente que:

a) os dez primeiros dos quinze axiomas são simplesmente coincidentes;
b) o axioma XI é precisamente a forma simétrica que pode assumir a dupla negação nas duas variantes lógico-diferenciais – $\sim(\sim p) \rightarrow p$ na paracosistente e $p \rightarrow \sim(\sim p)$ na paracompleta – ;
c) o axioma XII no sistema paraconsistente é a expressão clássica do princípio do terceiro excluído $(p \vee \sim p)$ e, simetricamente, no sistema paracompleto, a expressão do princípio da não contradição $(\sim(p \wedge \sim p))$;
d) Os três axiomas restantes em ambos os sistemas não são imediatamente reconhecidos como idênticos ou simétricos em razão da estratégia de axiomatização ligeiramente diferente usada por Newton da Costa nas suas construções. Entrementes, pode-se ter a certeza de que eles podem ser suprimidos ou substituídos por conjuntos imediatamente comparáveis ([15]) obedecendo ao mesmo esquema válido para os doze axiomas anteriores: **idênticos**, quando expressam a essência do ser diferencial; em si assimétricos, mas **simétricos entre si**, quando traduzem a especificidade de uma ou outra das

variantes lógico-diferenciais, paraconsistente ou paracompleta.

Escrever um sistema concomitantemente paraconsistente e paracompleto, significaria, a partir daí, apenas selecionar os axiomas idênticos e nada mais ([16]), o que acabou sendo posteriormente feito, como veremos, pelo próprio Newton da Costa.

Já na comparação com o sistema de Heyting, o sistema paracompleto de Newton da Costa mostra sua total superioridade. Ambos admitem uma representação ternária, ambos admitem a negação autenticamente paracompleto (~0= -1), porem, só no primeiro os conectivos explícitos são também paracompletos e, ainda, constituem a base para a geração de um grupo de 16 conectivos isomórfico ao grupo dos conectivos lógicos clássico. Esta última característica é de suma importância, pois garante que a artimanha gödeliana que funcionou contra o sistema Heyting, nada possa contra o sistema Da Costa/Marconi, isto é, não há condições ali de se gerar, por definição, uma variante da implicação para a qual se pudesse deduzir o clássico princípio do terceiro excluído ou qualquer de suas conseqüências. Aliás, não é por mera coincidência que as tabelas de verdade ternárias para a implicação e disjunção gödelianas são idênticas às tabelas para os respectivos conectivos do sistema Newton da Costa/Marconi, o que só vem reforçar nossa argumentação.

Em artigo de 1989 ([17]), Newton da Costa apresenta um sistema axiomático concomitantemente paracompleto e paraconsistente. Este, poderia ser transformado num sistema apenas paraconsistente pela simples agregação, como axioma complementar, do clássico "princípio do terceiro excluído" – $p \vee \sim p$ –, ou, num sistema paracompleto, através da agregação, como axioma complementar, do clássico "princípio da não

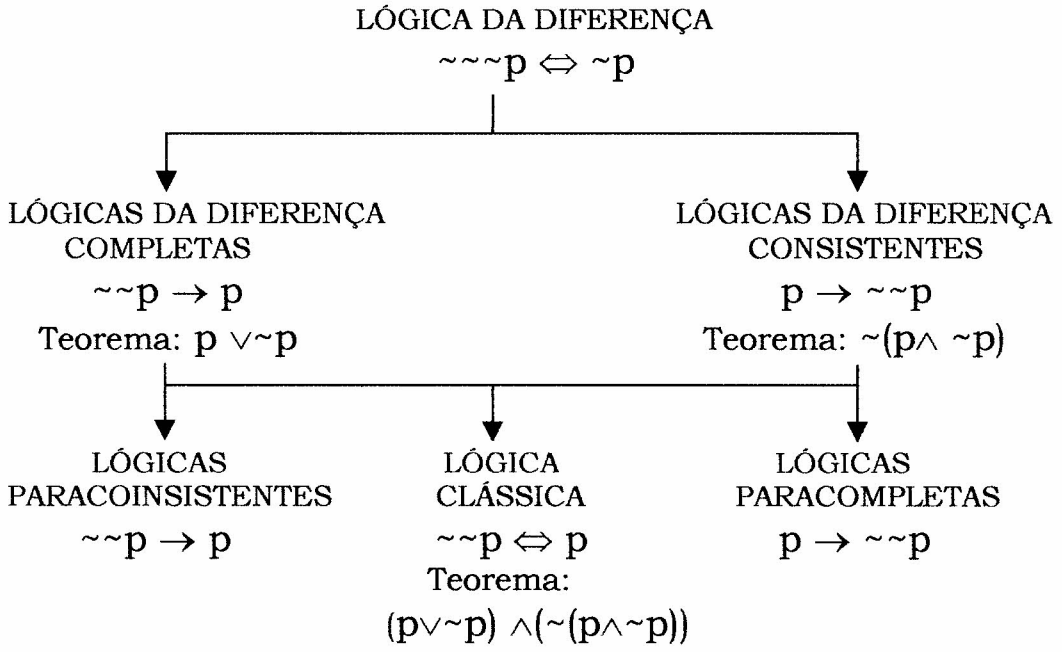
contradição" – $\sim(p \wedge \sim p)$. A agregação de ambos, obviamente, o transformaria num sistema clássico.

Aceitando-se como princípio básico da lógica da diferença a equivalência entre uma negação e três negações ($\sim\sim\sim p \leftrightarrow \sim p$) ([18]), é fácil provar que as agregações acima são equivalentes, respectivamente, a $p \rightarrow \sim\sim p$ e $\sim\sim p \rightarrow p$, expressões estas que consideramos marcas distintivas primordiais, respectivamente, da paraconsistência e da pracompletude. Sendo feitas simultaneamente ambas as agregações, o sistema escapa à esfera da simples diferença e cai sob a égide, como é fácil perceber, da dupla diferença clássica ([19]).

O autor apresenta ainda o teorema de número 7, mostrando a não decidibilidade do sistema por matrizes lógicas finitas (como já visto, a autêntica logicidade diferencial exigiria a representação trivalente das tabelas de verdade), o que só vem referendar nossa opinião que o sistema em apreço é uma representação da lógica da diferença em seu estado apenas potencial de realização.

Já nos fins da década de 70 havíamos fixado o princípio fundamental da lógica da diferença: tratava-se do princípio do segundo incluído ou do pelo menos dois, operatoriamente representado por $D(D(D(\psi) = D(\psi)$, ou, em termos de negação proposicional, por $\sim\sim\sim p \Leftrightarrow \sim p$. Preocupava-nos então em descortinar uma estratégia que permitisse a construção das variantes paraconsistente e paracompleto a partir de um sistema lógico-diferencial puro ou abstrato, governado pelo aludido princípio da tríplice negação, ao qual se poderia agregar um único axioma característico de cada uma daquelas variantes. Seriam eles: o axioma $\sim\sim p \rightarrow p$, para a variante paraconsistente, e o axioma $p \rightarrow \sim\sim$, para a variante paracompleta. Vale a pena reproduzir aqui, de maneira simplificada, o esquema estratégico de axiomatização geral da lógica da diferença que chegamos

a estampar em *Lógica da Diferença* ([20]). Na ocasião tomávamos por referência de partida o sistema axiomático RWB (Russel-Whitehead-Bernay), porém, em *Noções Elementares de Lógica* ([21]), passamos a nos referenciar ao sistema axiomático de Lukasiewicz .



Fica assim bastante evidente que o conjunto dos trabalhos de Newton da Costa, mesmo que sem a intenção explícita ou declarada, seguiram uma estratégia natural de aximatização da lógica da diferença, que ao cabo, levaria a construção de dois sistemas simétricos – um paraconsistente, outro paracompleto – referentes às realizações possíveis da lógica da diferença.

Pode-se então concluir que o sistema paraconsistente de Newton da Costa e o sistema paracompleto ou intuicionista que ele desenvolveu em conjunto com Marconi, são precisamente axiomatizações adequadas e coerentes, embora aperfeiçoáveis em termos de economia e simetrização (por conta, em especial, de seus três últimos axiomas), dos dois modos possíveis de

realização da lógica da diferença, o que não fora até então alcançado, nem mesmo parcialmente, com os sistemas de Heyting e de Johansson. Esta era precisamente nossa primeira meta: demonstrar que suas contribuições às lógicas paraconsistentetes e paracompletas, ao cabo, deveriam ser consideradas como de idêntico peso.

Estamos agora preparados para enfrentar nossa segunda questão: qual seria a significação da obra de Newton da Costa, não para a lógica estrito senso, mas para a filosofia em seu sentido amplo tradicional?

3. Significação dos sistemas de Newton da Costa para a filosofia em geral

As indicações do próprio Newton da Costa a respeito da significação de seus sistemas axiomáticos com relação à tradição filosófica não nos pareceram jamais conclusivas. Desde os *Ensaios sobre os Fundamentos da Lógica*, quando suas preocupações giravam em torno da paraconsistência, insinuava ele um parentesco de seu sistema axiomático com a dialética, baseado no fato de que esta admite, como um de seus princípios, que algo seja e não seja ao mesmo tempo. Há ali um capítulo inteiro dedicado à discussão da "tese de Hegel", no qual é mesmo aventada a possibilidade de uma ***lógica dialética*** (**paraconsistente**) (?!) ([22]). A mesma referência à dialética vai aparecer em contexto paracompleto, ao fim de seu artigo anteriormente citado, em parceria com Marconi ([23]). Ao mesmo tempo que se referenciava explicitamente a Hegel, Newton da Costa tomava para epígrafe ainda de seu *Ensaio* justamente um dentre os muitos textos de Kierkegaard em que este exerce sua sistemática e abertamente debochada crítica à lógica de Hegel ([24]). A referenciação da lógica

paraconsistente à lógica do inconsciente também foi freqüente, pelo menos em suas conferências nos meios psicanalíticos (lacanianos) do Rio e de S. Paulo, e isto, também se choca frontalmente com a concepção hegeliana de lógica ([25]).

Kierkegaard e Hegel são, sem dúvida, duas conspícuas referências em se tratando de lógica, porém absolutamente incompatíveis entre si. Kierkegaard ([26]), considerava que na essência mesma da condição humana está o paradoxo, a simultânea presença do finito e do infinito, da carne e do espírito, contradição que se pode deslocar, mas jamais superar. Por isso criticava acerbamente Hegel por alimentar a ilusão de que pudesse ali ocorrer qualquer processo de síntese resolutiva.

O mesmo tipo de consideração vamos encontrar muito tempo depois no Semin*ário XX* de Lacan. Pela clareza, vale aqui reproduzi-la:

> *Aí há um pequeno parêntese – quando* ***um faz dois****, não há retorno jamais. Não volta a* ***fazer de novo um****, mesmo um novo. A* ***Aufhebung*** *é um desses bonitos sonhos da filosofia* **(negritos do autor)** ([27]).

Sumariando, diríamos que a dialética hegeliana é uma lógica **sintética**, **otimista** e **socializante**, onde a negatividade deveras comparece, porém, apenas como um de seus momentos, sempre superada por um subsequente momento de síntese. Contrariamente, a lógica kierkegaardiana é **analítica**, **trágica** e **intimista**, aceita a presença viva e incontornável do paradoxo sem que isso venha ou possa trivializar a existência. Por isto, parece-nos não haver dúvidas de que o parentesco dos sistemas axiomáticos de Newton da Costa nada, absolutamente nada tem a ver com a dialética de Hegel.

Sua lógica paraconsistente, sim, é realmente próxima à lógica implícita de Kierkegaard, conforme estava a sugerir sua própria epígrafe mencionada.

Agora, identificada e bem caracterizada o que seja a lógica da diferença – que, por ser lógica do outro, andou sempre meio às escondidas de Pascal a Deleuze, passando por Kierkegaard, Nietzsche e Heidegger – pode-se com precisão avaliar a significação propriamente filosófica dos sistemas axiomáticos de Newton da Costa. Ela está em que seus sistemas paraconsistente e paracompleto se constituem, ainda que *a posteriori*, expressões formais adequadas e simétricas das duas realizações da lógica da diferença.

4. Limites da axiomatização na lógica da diferença

A lógica é freqüentemente caracterizada como um saber que tem por objeto precípuo a **inferência válida**. Esta conceituação é de grande propriedade quando se tem por lógica tão apenas a lógica formal ou clássica. Se, entretanto, tomamos por lógica, como vimos fazendo, tudo aquilo que consagra a tradição filosófica – saber sobre os múltiplos modos efetivos de pensar –, aquela conceituação passa a ser simplesmente desastrosa.

As modalidades aléticas, nos meios acadêmicos, têm sido introduzidos como extensões da lógica clássica. Um mínimo de conhecimento histórico teria evitado este tão freqüente absurdo. Como já mostramos ([28]),seguindo indicações lacanianas, as modalidades aléticas são modos de ser lógico, isto é, a cada lógica de base([29]), corresponderia uma única modalidade. A lógica da identidade seria a lógica própria para pensar o **necessário**, a dialética, para pensar o **impossível** (a u-topia), a lógica clássica ou formal, para pensar o

possível e, finalmente, a da diferença, aquela para pensar o **contingente**.

A lógica clássica ou formal é uma lógica do possível na exata medida em que o ser ali inferido (ou deduzido), se constitui no herdeiro da verdade das premissas; se algo é provado possível ou simplesmente não contraditório no sistema, então é, nesse âmbito, verdadeiro. É justamente isso que faz com que a inferência severamente controlada se constitua na verdadeira alma da lógica (formal) – em termos representativos, o inferido pode ser automaticamente tomado como sendo a realidade, como está na cabe;ça de qualquer cientista ou mesmo engenheiro. Ora estender isto às outras lógicas visceralmente comprometidas com outras modalidades de ser torna-se um despautério. No caso específico da lógica da diferença, tida como lógica da realidade contingente, que sentido pode ter uma dedução a partir de premissas (que ninguém sabe onde estariam) segundo regras (desconhecidas, porque postas por um sempre **outro**) estritas de dedução? Para que percebamos a impropriedade de tudo isso, bastaria que perguntássemos que sentido pode ter uma verdade contingente deduzida?!

Insistindo aqui nas deduções, estaríamos ignorando a lição que nos veio de Freud: para surpreender a verdade contingente (do pensamento inconsciente, no caso) precisamos de uma atenção bem alerta, mas sobretudo flutuante. Imagine-se um psicanalista inferindo coisas da fala de seus analizandos! Que poderia realmente deduzir um decifrador de textos escritos numa linguagem já morta, cuja gramática ele desconhece? Ou um verdadeiro crítico literário? Não há lugar aqui para deduções, mas sim para uma atividade hermenêutica tateante mas insistente, despretensiosa mas astuta, que possa fazer emergir dos simples traços sintomáticos a significação oculta.

Podemos então dizer que a formalização de regras de inferência similares às regras dos sistemas clássicos (em termos de processamento eletrônico, corresponderia à construção de um motor de inferências), é o próprio suicídio do sistema formalizado, pois realizada, dilui por completo a essência do ser lógico-diferencial e o transforma numa simples curiosidade matemática.

Notas

1. Sexto artigo de uma série sobre o tema lógica da diferença publicados na Revista Brasileira de Filosofia, fasc. ....., São Paulo, 1999.
2. Para nós, ao contrário da Matemática, a Lógica, embora não se constitua uma ciência propriamente empírica, não pode abrir mão de seu comprometimento ontológico, isto é, de ser um saber sobre o pensar enquanto tal. Isto implica numa tese de grande significação filosófica, qual seja, a da profunda imbricação entre ser e pensar, tese que vem de Pamênides, a nível lógico-transcendental e retorna em Hegel, a nível lógico-dialético..
3. HAAK, Susan. *Deviat Logic.* London, Cambridge U. P., 1974.
4. HEYTING, A. *Introducción al intuicionismo.* Madid, Tecnos, 1976
5. Apenas interessam-nos aqui as representações trivalentes porque tomamos como princípio geral da lógica da simples diferença a negação em sua máxima generalidade, ou seja, $D^3(\psi) = D(\psi)$. O operador D possui precisamente três valores próprios, 1, 0 e -1, correspondendo respectivamente aos valores verdadeiro, indefinido (sub ou sobredefinido) e falso. SAMPAIO. L. S. C. de. *As lógicas da diferença* – Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1983/84; *Noções elementares de lógica -Tomo I e II.* Rio de Janeiro, I.C-N. 1988, *Lógica da Diferença – Princípio Básico, Operador Característico e Valores de Verdade,* RBF, fasc. ...S. Paulo, 19...
6. Ainda no âmbito das lógicas diferenciais – que conforme a nota 5 acima apresentam três possíveis valores de verdade, 1, 0 e –1 –, devemos considerar dois tipos de negação: de um lado, a negação paraconsistente (~0 = 1) onde o estado 0 é interpretado como concomitantemente verdadeiro e falso, sobre-determinado

ou paradoxal; de outro lado, a negação paracompleta (~0 = -1), onde o estado 0 é considerado nem verdadeiro nem falso, ou como simplesmente sub-determinado. SAMPAIO. L. S. C. de. *As lógicas da diferença*, Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1983/84; *Noções elementares de lógica -Tomo II.* Rio de Janeiro, I.C-N. 1988 e *Lógica da Diferença – Princípio Básico, Operador Característico e Valores de Verdade*, RBF, fasc. ...S. Paulo, 19...

7. Consideremos, no âmbito da lógica clássica, os conectivos lógicos C_i e C_j, representados por suas respectivas matrizes 2x2 compostas de 1 (verdadeiro) e -1 (falso). O conectivo C_k produto dos conectivos C_i e C_j, estará assim determinado:

$$C_k\,(x,y) = 1 \text{ se e somente se } C_i\,(x,y) = C_j\,(x,y)$$
$$C_k\,(x,y) = -1 \text{ se e somente se } C_i\,(x,y) \neq C_j\,(x,y)$$

É fácil constatar que os dezesseis conectivos clássicos formam, para a operação acima, o grupo de Klein[2] (quadrado do conhecido grupo de Klein). Quando tratamos com lógicas trivalentes cria-se uma grande ambiguidade em torno da questão de que conectivo trivalente deve corresponder a um determinado conectivo bivalente clássico. A questão pode agora ser facilmente resolvida dando-se liberdade de escolha, porém, exigindo-se dos conectivos trivalentes que sejam perfeitamente isomórficos aos conectivos clássicos.

8. GODEL, K. *Obras completas.* Madrid, Alianza, 1981.
9. HAAK, Susan. *op. cit.* p. 176.
10. ARRUDA, A. I. *A survey of paraconsistent logic* in ARRUDA, A. I DA COSTA, N.C.A.. and CHUAQUI, R. E, (eds) *Mathematical Logic in Latin America.* Amsterdam, North Holland, 1981. 1-41.
11. *DA* COSTA, Newton C. A. *Ensaio sobre o fundamento da lógica.* S. Paulo, HUCITEC/EDUSP, 1980. p. 283. Tomamos a liberdade de alterar letras, símbolos e principalmente a ordem dos axiomas para facilitar futuras e essenciais comparações inter-sistemas.
12. Assim como temos negações paraconsistente (~0=1) e paracompleta (~0=-1) (ver nota 6 anterior), temos também implicações paraconsistente, onde $1 \rightarrow 0=1$ e $0 \rightarrow -1=-1$, paracompleta, onde $1 \rightarrow 0=-1$ e $0 \rightarrow -1=1$, as demais posições sendo idênticas em ambas as tabelas de verdade. A ocorrência de uma negação paraconsistente ao lado de uma implicação paracompleta, e vice-versa, torna o sistema uma mera extensão da lógica clássica. SAMPAIO. L. S. C. de. *As lógicas da*

diferença, Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1983/84 e *Noções elementares de lógica -Tomo II.* Rio de Janeiro, I.C-N. 1988

13. SAMPAIO. L. S. C. de. *Noções elementares de lógica -Tomo II.* Rio de Janeiro, I.C-N. 1988, especialmente cap. 2 item 3.5. Voltar também à nota 7 anterior.
14. DA COSTA, Newton C. and MARCONI, D. *A note on paracomplete logic.* Atti Acc. Lincei Rend. Fls. P. VIII, vol. LXXX (1986) pp. 504-509.
15. É tal o grau de identidade/simetria entre as lógicas paraconsistentes e paracompletas que podemos, por simples inspeção visual, sacar algumas conclusões. No sistema paracompleto, em que pese a aparência, o axioma XIII é extremamente débil; os axiomas XIV e XV são válidos também em âmbito paracompleto, mas lá não aparecem. Já o sistema paraconsistente tem os três últimos axiomas ainda mais débeis do que o de número XIII paracompleto e visivelmente válidos neste mesmo âmbito. Pode-se em princípio daí concluir que ambos os sistemas possuem ainda "alguma gordura"; muito provavelmente os três últimos axiomas dos dois sistemas podem ser dispensados ou, na pior das hipóteses, substituídos por um único e simples axioma, o mesmo nos dois sistemas (portanto, de caráter apenas lógico-diferencial) já que a "diferenciabilidade" paraconsistente/paracompleta já está mais do que garantida pelos axiomas XI e XII.
16. Temos esta certeza porque já o fizéramos. Tentamos inicialmente com o sistema de Frege (KNEALE, W e KNEALE, M. *O desenvolvimento da Lógica,*. Lisboa, F. Calouste Golbenkian, 1962), porque tem a vantagem de apresentar axiomas retratando o princípio da dupla negação de forma explícita. Porém, a retirada dos respectivos axiomas ainda mantém o sistema sujeito a este princípio, o que se nos afigura um grave defeito. Partimos então do sistema de Lukasiewicz (*Selected Works*, Amsterdan, North-Holland, 1970), que mantém a vantagem de operar apenas com negação e implicação. Os dois primeiros axiomas são indiferentemente paraconsistentes e peracompletos, e apenas o terceiro – $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ –, precisaria ser enfraquecido. Na versão paraconsistente este terceiro axioma foi substituído por $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim\sim q \rightarrow p)$, com a suplementação do quarto axioma $(\sim p \rightarrow \sim\sim\sim p)$ para garantir o princípio lógico-diferenvial $(\sim\sim\sim p \leftrightarrow \sim p)$.Na versão paracompleta substitui-se $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ por $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow \sim\sim p)$ e

agregou-se o quarto axioma (~~~p→ ~p) para garantir a validade de (~~~p↔ ~p). Ver *Noções elementares de lógica -Tomo II.* Rio de Janeiro, I.C-N. 1988. pp.79-98.

17. DA COSTA, Newton C. A. *Logics that are both paraconsistent and paracomplete.* Atti Acc. Lincei Rend. Fls. (8) LXXXIII (1989) pp. 29-32.
18. SAMPAIO. L. S. C. de. *As lógicas da diferença,* Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1983/84. pp. 22-24.
19. A lógica clássica é por nós considerada lógica da dupla diferença, porque para que se garanta o terceiro excluído, é necessário proceder a uma diferenciação preliminar Σ e ~Σ; depois, desconsiderando este último, proceder a uma diferenciação A e Ã interior a Σ. Só nestas condições A e ~A são perfeitamente equivalentes, ou seja, igualmente bem delimitados. É pois dentro de um universo Σ, que pode ser tão grande quanto se queira, que se tem realmente garantida a validade do terceiro excluído. Por isso, em matemática, se começa sempre por: dado o universo Σ ....A propósito, é precisamente a exclusão preliminar implícita de ~Σ que, como volta do recalcado, estará sempre pronta a assombrar o paraíso dos anti-intuicionistas.
20. SAMPAIO. L. S. C. de. *As lógicas da diferença,* Rio de Janeiro, EMBRATEL, 1983/84. p. 45.
21. SAMPAIO, *Noções elementares de lógica -Tomo II. op. cit.* pp.99-101.
22. *DA* COSTA, Newton C. A. *Ensaio sobre o fundamento da lógica.* S. Paulo, HUCITEC/EDUSP, 1980. Cap. III.p. 218
23. DA COSTA, Newton C. and MARCONI, D. *op cit..*
24. DA COSTA, *Ensaio, op. cit.* p.VII: *Se* ***Hegel****, uma vez escrita sua lógica, a houvesse definido, no prefácio, como simples experiência de pensamento e houvesse, ainda, confessado ter eludido os problemas em muitos pontos, seria sem dúvida o maior pensador de todos os tempos. Mas, como é, afigura-se simplesmente* ***cômico****.* Kierkegaard. (negritos nossos). É interessante notar que a mesma obra termina citando justamente Hegel: *Contradictio est regula ueri, non contradictio falsi.* p. 255.
25. HEGEL. G. F. *Science of Logic, 2 v.* London, Allem & Unwin, 1951.
26. KIERKEGAARD, S. *Oevres Complètes. Post-scriptum. Tomo X et XI,* Paris, L'Orante, 1977.

27. LACAN, J. *O seminário; mais ainda; livro 20.* Rio de Janeiro, Zahar, 1982. p. 115. Somos de opinião que o "logicismo" lacaniano não é gratuito, superficial e muito menos irresponsável. De fato, as duas vertentes da lógica da diferença (para ele lógica do significante), paraconsistente e paracompleta, governam os dois modos do **processo primário** do pensamento inconsciente desvelados por Freud, respectivamente, condensação e deslocamento.
28. SAMPAIO. L. S. C. de. *Noções elementares de lógica -Tomo II.* Rio de Janeiro, I.C-N, 1988, especialmente cap. 4 – *Pequeno Ensaio sobre as Modalidades Aléticas.*
29. *Ibid.,, Tomo I,* especialmente item 3.5.